Université des Lagunes

Prof DIABY Moustapha
Dr TUO David

TD3 PROGRAMMATION LINEAIRE

EXERCICE 1

Résoudre le programme linéaire suivant à l'aide du dual (simplexe et écarts complémentaires) :

$$\begin{array}{ll} \min & 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 \\ \text{s.c.} & x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 \geq 5 \\ & 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 \geq 7 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

EXERCICE 2

Prenons le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} & 3x_1 + 2x_2 \geq 9 \\ & x_2 \leq 3 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Calculer la solution optimale par résolution graphique. La fonction objectif a pour nouveau coefficient (3, 5), vérifier que la solution trouvée précédemment est toujours optimal à l'aide du dual et des écarts complémentaires.

EXERCICE 3

Vous voulez apporter à votre grand-mère un bouquet de 9 marguerites, 6 tulipes et 12 roses. Mais vous vous y prenez trop tard, tous les fleuristes sont fermés et il ne reste plus qu'un marchand de fleurs dans le métro qui propose deux types de bouquets et qui ne vend pas les fleurs à l'unité. Le bouquet 1 qui est composé de 3 marguerites, 1 tulipe et 1 rose, coûte 1 Francs cfa ; le bouquet 2 qui est composé de 1 marguerite, 1 tulipe et 4 roses coûte 2 Francs cfa.

Q1 : Écrire le programme linéaire correspondant à la minimisation du coût d'achat des bouquets qui vous permettront de composer le bouquet de votre grand-mère. On notera x1 et x2 les nombres de bouquets de type 1 et 2 que vous allez acheter.

EXERCICE 4

Considérons le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_1 + 12x_2 + 3x_3 \\ \text{s.c.} \quad & x_1 \leq 1000 \\ & x_2 \leq 500 \\ & x_3 \leq 1500 \\ & 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \leq 6750 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

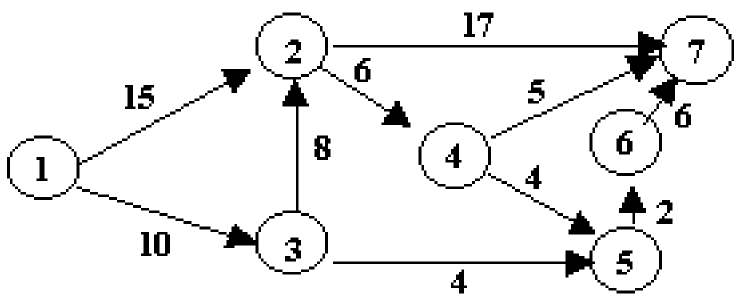
Q1-Tester l'optimalité de la solution (250, 500, 1500) à l'aide du dual et des écarts complémentaires.
Q2-La modélisation mathématique s'avère fausse, et après vérification le vecteur b des contraintes est (950, 550, 1575, 6900). A l'aide du dual, vérifier si la solution est admissible et s'il s'agit de la solution optimale.
Q3-De même avec le vecteur (1000, 500, 1500, 9750).

EXERCICE 5

Lors de l'injection d'une quantité d'électricité dans le réseau, cette énergie se diffuse à travers les lignes offrant le moins de résistance. Il est possible de connaître les lignes qui seront empruntées par ce flux énergétique à l'aide d'un programme linéaire.
Pour cela il faut définir le réseau et le flux énergétique :

- le flux part d'une source unique et se diffuse par le chemin avec le moins de résistance vers le consommateur
- les lignes sont à sens unique, le flux énergétique peut se déplacer que dans le sens du courant transitant déjà sur la ligne

Un réseau est représenté sous la forme d'un graphe comme suivant : les nœuds sont des sous-stations et les arcs représentant les lignes, le nœud 1 est l'origine de la source énergétique, le nœud 7 est la destination du flux énergétique.



Les variables sont les suivantes :

- pour chaque ligne, une variable comprise entre 0 et 1 donne le pourcentage d'utilisation de la ligne.

La fonction objectif est la suivante :

- on cherche à minimiser le cout total, c'est à dire la somme des pourcentages d'utilisation des lignes multiplié par le cout de la ligne.

Les contraintes sont les suivantes :

- pour le nœud d'origine, la somme des variables des arcs sortants moins la somme des variables des arcs entrants est égale à 1
- pour le nœud d'arrivé, la somme des variables des arcs entrants moins la somme des variables des arcs sortants est égale à 1
- pour les autres nœuds, la somme des variables des arcs sortants moins la somme des variables des arcs entrants est égale à 0.

Q1-Représenter le programme linéaire du graphe précédent, calculer le programme dual et le résoudre via Excel